

การศึกษาเปรียบเทียบวงจรกรองแอมป์-อาร์ซีโครงสร้างบันไดแบบต่างๆ

Comparative Study of Ladder Active-RC Filter Structures

ภัทรกฤต คัชมาตย์ และ จิรยุทธ์ มหัทธนนกุล

บัณฑิตศึกษา สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร

51 ถนนเชื่อมสัมพันธ์ หนองจอก กรุงเทพฯ 1050 โทร 081-699-4029, 0-2988-3655 ต่อ 230

E-mail:myoff2521@hotmail.com

Manuscript received September 12, 2013

Revised November 13, 2012

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลตอบสนองความถี่ของวงจรกรองแอมป์-อาร์ซีอันดับสามที่มีโครงสร้างบันไดรูปแบบต่าง ๆ จากผลการศึกษาเราพบว่าหากความถี่อัตราขยายเป็นหนึ่งในของออปแอมป์ที่ใช้มีค่าไม่สูงพอ วงจรกรองที่ได้จะมีปัญหาหยาบยอดแหลมในผลตอบสนองเชิงขนาด ทั้งนี้มีโครงสร้างสามแบบที่ประสบปัญหาหยาบยอดแหลมใกล้ความถี่ตัด ในขณะที่มีหนึ่งโครงสร้างที่ประสบปัญหาหยาบยอดแหลมในช่วงความถี่หยุด ผลการจำลองการทำงานของวงจรให้ผลที่สอดคล้องเป็นอย่างดีกับผลการวิเคราะห์วงจร

คำสำคัญ: แอมป์-อาร์ซี, วงจร โครงสร้างบันได

ABSTRACT

This paper presents a comparative analysis of the frequency response of various structures of the 3rd-order ladder active-RC filters. It was found that if the unity-gain frequency of the op amps employed in the filters is not high enough, the resulting filters would have peaking problem in their magnitude responses. In particular, three structures suffer peaking near the cut-off frequencies and one structure suffers peaking in the stop band. Simulation results were found to be in good agreement with the analytical results.

Keywords: Ladder, Filter

1. บทนำ

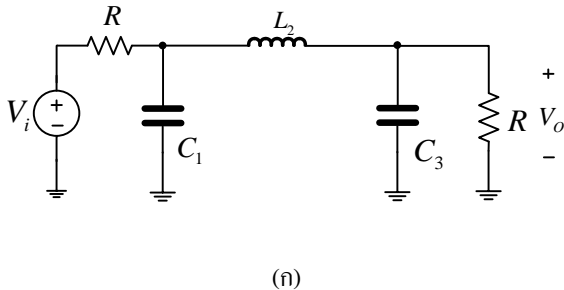
วงจรกรองแอมป์-อาร์ซีเป็นวงจรที่ประกอบด้วยออปแอมป์ตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ เราสามารถสังเคราะห์วงจรกรองแอมป์-อาร์ซีได้หลายวิธีซึ่งแต่ละวิธีก็จะทำให้ได้วงจรที่มีโครงสร้างต่างกันไป อาทิ การสังเคราะห์ด้วยการแยกฟังก์ชันโอนย้าย (transfer function) ออกเป็นผลคูณของฟังก์ชันโพลินีแยร์และฟังก์ชันโบลควอดราติกจะทำให้ได้วงจรกรองที่มีโครงสร้างต่อเรียง (cascade) ต่ ว น การสังเคราะห์ด้วยการจำลองการทำงาน (operational simulation) ของวงจรพาสซีฟจะทำให้ได้วงจรกรองที่มีโครงสร้างบันได (ladder) [1] – [6] ในกรณีนี้ถ้าวงจรพาสซีฟต้นแบบเป็นแบบความต้านทานปลายคู่ (doubly resistive) ซึ่งมีความไว (sensitivity) ต่ำ วงจรกรองแอมป์-อาร์ซีที่ได้ก็จะมีควมไวต่ำไปด้วย [7]

เนื่องจากโดยทั่วไปเราสามารถสังเคราะห์วงจรกรองแอมป์-อาร์ซีโครงสร้างบันไดได้หลายรูปแบบ บทความนี้ได้เสนอการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลตอบสนองความถี่ของวงจรกรองแอมป์-อาร์ซีอันดับสามที่มีโครงสร้างบันไดแบบต่าง ๆ เพื่อให้ทราบว่าโครงสร้างแบบใดให้ผลตอบสนองความถี่ที่ดีที่สุด นอกจากนี้เรายังได้ทำการเปรียบเทียบความเป็นเชิงเส้นและสัญญาณรบกวนของวงจรเหล่านี้ด้วย

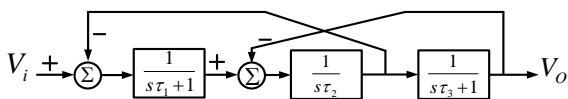
2. โครงสร้างวงจรกรองแบบบันได

จากรูปที่ 1(ก) แสดงวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านบันไดความต้านทานปลายคู่อันดับสาม (3rd-order doubly-resistive terminated

ladder low-pass filter) และมีแผนภาพการทำงาน (block diagram) ประกอบด้วยตัวอินทิเกรเตอร์ (integrator) สามตัวต่อกันในลักษณะไขว้เรียง (cross cascade) ดังรูปที่ 1(ข)



(ก)



(ข)

รูปที่ 1(ก) วงจรกรองพาสซีฟต้นแบบ (ข) แผนภาพการทำงานของวงจร ใน รูป (ก) เมื่อ $\tau_1 = RC_1$, $\tau_2 = L_2/R$ และ $\tau_3 = RC_3$

จากแผนภาพในรูป 1(ข) เราสามารถสังเคราะห์ห้วงจรออปแอมป์-RC ที่มีการทำงานเลียนแบบวงจรกรองพาสซีฟต้นแบบได้หลายวงจรดังแสดงในรูปที่ 2 โดยแต่ละวงจรประกอบด้วยอินทิเกรเตอร์สามภาคย่อยได้แก่ วงจรอินทิเกรเตอร์ภาคที่หนึ่งเป็นอินทิเกรเตอร์สูญเสียแบบรวมแรงดันกลับเฟส (inverting summing lossy integrator) วงจรอินทิเกรเตอร์ภาคที่สองเป็นอินทิเกรเตอร์ไม่สูญเสียแบบรวมแรงดันไม่กลับเฟส (non-inverting summing lossless integrator) และวงจรอินทิเกรเตอร์ภาคที่สามเป็นอินทิเกรเตอร์ชนิดสูญเสียกลับเฟส (inverting lossy integrator)

จากรูปที่ 2(ก) – (ง) จะเห็นได้ว่าวงจรกรองโครงสร้าง A – D มีอินทิเกรเตอร์ในภาคที่ 1 และ 3 เหมือนกัน แต่มีอินทิเกรเตอร์ภาคที่สองแตกต่างกัน กล่าวคือ

- อินทิเกรเตอร์ภาคที่สองของวงจรกรองโครงสร้าง A ในรูปที่ 2(ก) ประกอบด้วยวงจรอินทิเกรเตอร์กลับเฟสแบบสองอินพุตต่อเรียงกับวงจรกลับเฟสแรงดัน
- อินทิเกรเตอร์ภาคที่สองของวงจรกรองโครงสร้าง B ในรูปที่ 2(ข) ประกอบด้วยวงจรรวมแรงดันกลับเฟสต่อเรียงกับวงจรอินทิเกรเตอร์กลับเฟส
- อินทิเกรเตอร์ภาคที่สองของวงจรกรองโครงสร้าง C ในรูปที่ 2(ค) มีลักษณะคล้ายกับในรูปที่ 2(ก) แต่มีการต่อขาอินพุต + ของออปแอมป์ตัวที่ 3 ต่อเข้ากับขาอินพุต ของออปแอมป์ตัวที่ 2 [1]
- อินทิเกรเตอร์ภาคที่สองของวงจรกรองโครงสร้าง D ในรูปที่ 2(ง) เป็นแบบที่มีวงจรกลับเฟสเป็นส่วนหนึ่งของวงจรป้อนกลับ [1]

ทั้งนี้หากเราทำการวิเคราะห์ห้วงจรกรองโครงสร้าง A – D ในรูปที่ 2 โดยกำหนดให้ $H_1(s)$, $H_2(s)$ และ $-H_3(s)$ เป็นฟังก์ชัน โอนย้ายของวงจรอินทิเกรเตอร์ภาคที่ 1 – 3 ตามลำดับ เราจะสามารถแสดงแผนภาพการทำงานของวงจรดังกล่าวได้ดังรูปที่ 3 ซึ่งมีฟังก์ชันโอนย้ายรวมเท่ากับ

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = H(s) = \frac{H_1(s)H_2(s)H_3(s)}{1 + H_1(s)H_2(s) + H_2(s)H_3(s)} \quad (1)$$

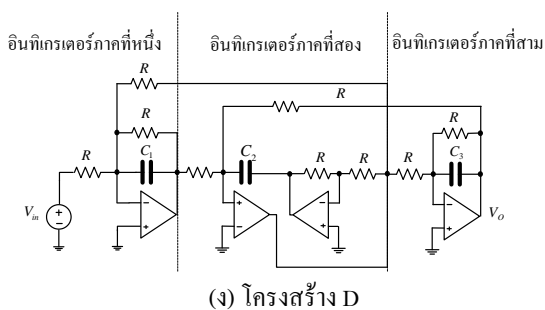
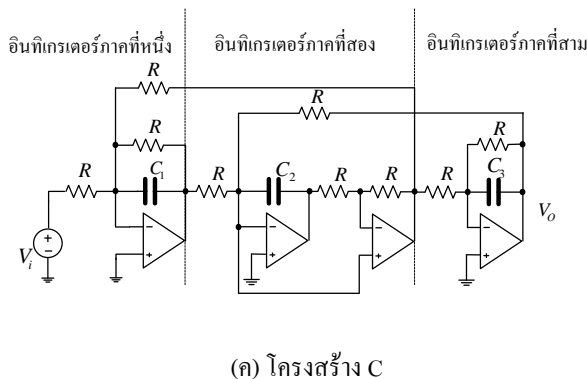
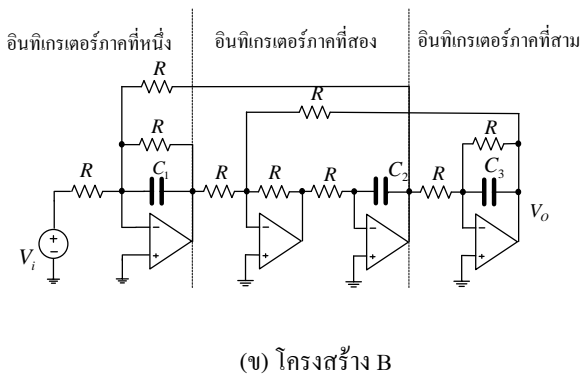
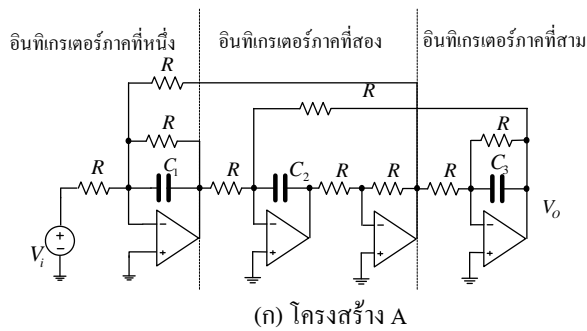
โดย

$$H_1(s) = \frac{e_1(s)}{sRC_1 + 1} \quad H_2(s) = \frac{e_2(s)}{sRC_2}$$

$$H_1(s) = \frac{e_1(s)}{sRC_1 + 1}, \quad H_2(s) = \frac{e_2(s)}{sRC_2},$$

$$H_3(s) = \frac{e_3(s)}{sRC_3 + 1} \quad (2)$$

เมื่อ $e_1(s)$, $e_2(s)$ และ $e_3(s)$ เป็น ฟังก์ชัน ความผิดพลาด (error functions) ของฟังก์ชัน โอนย้าย $H_1(s)$, $H_2(s)$ และ $H_3(s)$ ตามลำดับ



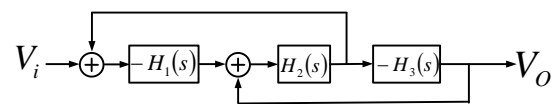
รูปที่ 2 วงจรกรองความถี่แฉีกที่พี-อาร์ซีที่เลียนแบบการทำงานของวงจรพาสซีฟในรูปที่ 1(ก) โดย $C_2 = L_2/R^2$

3. การวิเคราะห์ฟังก์ชันความผิดพลาดวงจรถ่ายโอน

ในหัวข้อนี้เราจะทำการวิเคราะห์หาฟังก์ชันความผิดพลาดของวงจรถ่ายโอนในรูปที่ 2 โดยการประมาณให้อัตราขยายวงรอบเปิด (open-loop gain) ของออปแอมป์เป็นดังสมการ

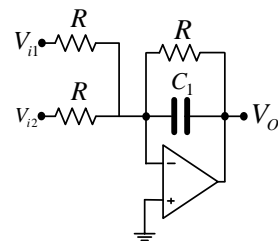
$$A(s) = \frac{\omega_u}{s} \tag{3}$$

เมื่อ ω_u คือความถี่อัตราขยายเป็นหนึ่ง (unity-gain frequency) ของออปแอมป์



รูปที่ 3 แผนภาพการทำงานของวงจรถ่ายโอนออปแอมป์-RC ในรูปที่ 2

วงจรถ่ายโอนออปแอมป์ที่หนึ่ง



รูปที่ 4 วงจรถ่ายโอนออปแอมป์ที่หนึ่งของวงจรถ่ายโอนโครงสร้าง A-D

จากรูปที่ 2 (ก)-(ข) เราพบว่าวงจรถ่ายโอนออปแอมป์ที่หนึ่งของวงจรถ่ายโอนโครงสร้าง A – D เป็นวงจรถ่ายโอนเดียวกันดังแสดงในรูปที่ 4 ซึ่งเมื่อทำการวิเคราะห์วงจรถ่ายโอนดังกล่าวเราจะได้ฟังก์ชันโอนย้ายของวงจรถ่ายโอนคือ

$$\frac{V_o(s)}{V_{i1}(s) + V_{i2}(s)} = -\frac{e_1(s)}{sRC_1 + 1} \tag{4}$$

โดยมีฟังก์ชันความผิดพลาด $e_1(s)$

$$e_1(s) = \frac{\omega_u (sRC_1 + 1)}{s^2 RC_1 + s(RC_1 \omega_u + 3) + \omega_u} \quad (5)$$

จากรูปที่ 2 (ก) - (ข) เราพบว่าวงจรถอนทีเกรเตอร์ภาคที่สามของวงจรกรองโครงสร้าง A - D เป็นวงจรเดียวกันดังแสดงในรูปที่ 5 ซึ่งเมื่อทำการวิเคราะห์ห้วงจรดังกล่าวเราจะได้ฟังก์ชันโอนย้ายของวงจรถือ

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{e_3(s)}{sRC_3 + 1} \quad (12)$$

โดยมีฟังก์ชันความผิดพลาด $e_3(s)$

$$e_3(s) = \frac{\omega_u (sRC_3 + 1)}{s^2 RC_3 + s(RC_3 \omega_u + 2) + \omega_u} \quad (13)$$

ภายใต้เงื่อนไข $\omega_u \gg 2/RC_3$ ฟังก์ชันความผิดพลาดโดยประมาณ $e_3(s)$ ดังนี้

$$e_3(s) \cong \frac{\omega_u}{s + \omega_u} \quad (14)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันโอนย้ายความถี่ต่ำผ่านอันดับหนึ่งที่มีความถี่ตัด 3 dB เท่ากับ ω_u

4. การวิเคราะห์ฟังก์ชันความผิดพลาดรวมของวงจรถอง

ในกรณีที่ได้ตัวเก็บประจุในวงจรถองในรูปที่ 2 (ก) - (ง) มีค่าดังสมการ

$$C_1 = C_3 = C_2/2 = C \quad (15)$$

วงจรถองในรูปที่ 2 (ก)-(ง) จะมีผลตอบสนองความถี่แบบบัตเตอร์เวิร์ธ ที่มีความถี่ตัด (cut-off frequency) เท่ากับ

$$\omega_c = 1/RC \quad (16)$$

จากสมการที่ (6) และ(14) เราพบว่า

$$e_1(s) \cong e_3(s) \quad (17)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (15) และ (17) ลงในสมการที่ (2) จะได้

$$H_1(s) = H_3(s) = \frac{e_1(s)}{sRC + 1} \quad \text{และ} \quad H_2(s) = \frac{e_2(s)}{2sRC} \quad (18)$$

และเมื่อแทนสมการที่ (18) ลงในสมการที่ (1) และทำการจัดรูปสมการที่ได้ร่วมกับสมการที่ (16) เราสามารถแสดงฟังก์ชันโอนย้ายของวงจรถองได้เท่ากับ

$$H(s) = H_{ideal}(s)E(s) \quad (19)$$

โดย

$$H_{ideal}(s) = \frac{0.5\omega_c^3}{s^3 + 2s^2\omega_c + 2s\omega_c^2 + \omega_c^3} \quad (20)$$

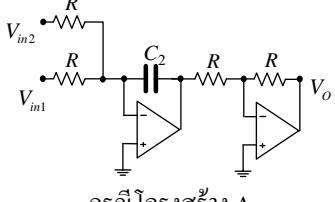
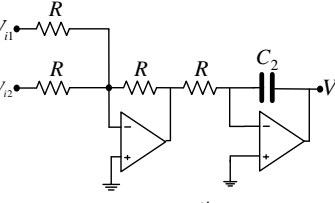
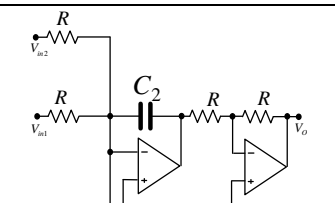
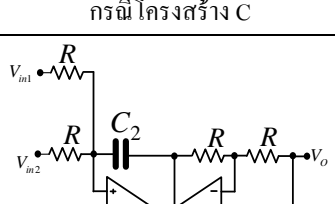
เมื่อ $H_{ideal}(s)$ คือฟังก์ชันโอนย้ายบัตเตอร์เวิร์ธอุดมคติ และ $E(s)$ คือฟังก์ชันความผิดพลาดซึ่งสามารถแสดงจัดรูปได้เป็น

$$E(s) = e_x(s)e_y(s) \quad (21)$$

โดย

$$e_x(s) = e_1^2(s)e_2(s) \quad \text{และ} \quad e_y(s) = \frac{s^2 + s\omega_c + \omega_c^2}{s^2 + s\omega_c + \omega_c^2 e_1(s)e_2(s)} \quad (22)$$

ตารางที่ 1 ฟังก์ชันความผิดพลาดของวงจรกรองอินทิเกรเตอร์ภาคที่สอง

วงจรอินทิเกรเตอร์ไม่กลับเฟส	ฟังก์ชันความผิดพลาด $e_2(s)$	
 <p>กรณี โครงสร้าง A</p>	$e_2(s) = \frac{RC_2\omega_u}{sRC_2 + RC_2\omega_u + 2} \times \frac{\omega_u}{2s + \omega_u}$	$e_2(s) \cong \frac{\omega_u}{s + \omega_u} \times \frac{\omega_u}{2s + \omega_u}$ <p>ภายใต้เงื่อนไข $\omega_u \gg 2/RC_2$</p> <p>(8)</p>
 <p>กรณี โครงสร้าง B</p>	$e_2(s) = \frac{\omega_u}{3s + \omega_u} \times \frac{RC_2\omega_u}{sRC + RC_2\omega_u + 1}$	$e_2(s) \cong \frac{\omega_u}{3s + \omega_u} \times \frac{\omega_u}{s + \omega_u}$ <p>ภายใต้เงื่อนไข $\omega_u \gg 1/RC_2$</p> <p>(9)</p>
 <p>กรณี โครงสร้าง C</p>	$e_2(s) = \frac{RC_2\omega_u}{sRC + RC_2\omega_u + 2}$	$e_2(s) \cong \frac{\omega_u}{s + \omega_u}$ <p>ภายใต้เงื่อนไข $\omega_u \gg 2/RC_2$</p> <p>(10)</p>
 <p>กรณี โครงสร้าง D</p>	$e_2(s) \cong \frac{2s\omega_u + \omega_u^2}{2s^2 + s\left(\omega_u + \frac{4}{RC}\right) + \omega_u\left(\omega_u + \frac{2}{RC}\right)}$	$e_2(s) \cong \frac{2s\omega_u + \omega_u^2}{2s^2 + s\omega_u + \omega_u^2}$ <p>ภายใต้เงื่อนไข $\omega_u \gg 4/RC_2$</p> <p>(11)</p>

กรณีวงจรกรองโครงสร้าง A

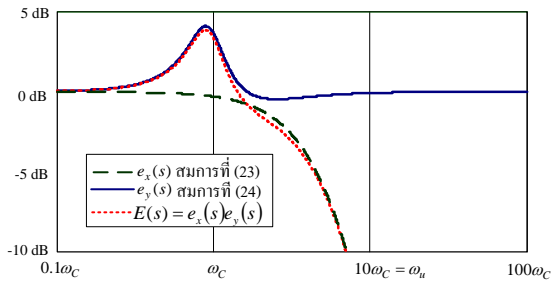
ในการวิเคราะห์หาฟังก์ชันความผิดพลาดของวงจรกรองโครงสร้าง A ในรูปที่ 2(ก) เมื่อแทนสมการที่ (6) และ (8) ลงในสมการที่ (22) จะได้

$$e_x(s) \cong \left(\frac{\omega_u}{s + \omega_u}\right)^3 \left(\frac{\omega_u}{2s + \omega_u}\right) \quad (23)$$

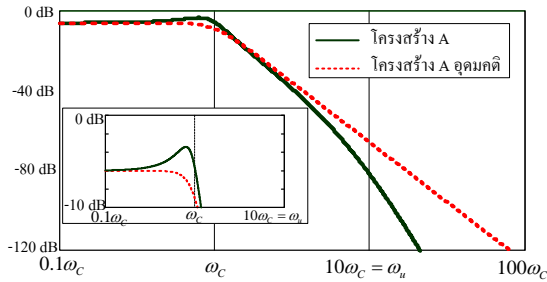
และ

$$e_y(s) \cong \frac{4s\omega_u\omega_c^2}{s^3(4\omega_u + 5\omega_c) + s^2\omega_u(\omega_u + 4\omega_c) + s\omega_c\omega_u^2 + \omega_c^2\omega_u^2} + 1 \quad (24)$$

ซึ่งมีผลตอบสนองความถี่ดังแสดงในรูปที่ 6



(ก)



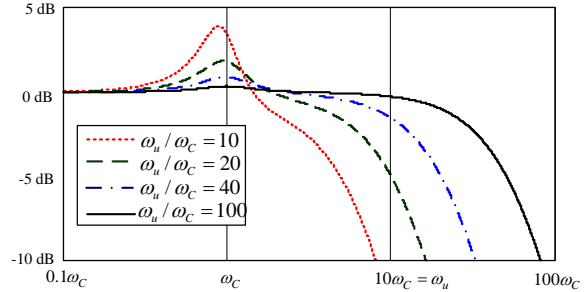
(ข)

รูปที่ 6 ผลตอบสนองความถี่ของ (ก) ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ และ (ข) ฟังก์ชันโอนย้าย $H(s)$ ของวงจรกรองโครงสร้าง A กรณี $\omega_u = 10\omega_c$

จากสมการที่ (23) เราพบว่า $e_x(s)$ เป็นฟังก์ชันโอนย้ายโพลเดี่ยว (all-pole transfer function) ที่มีค่าความถี่โพล (pole frequency) เท่ากับ ω_u สามตัวและ $\omega_u / 2$ หนึ่งตัวซึ่งทำให้มีผลตอบสนองแบบความถี่ต่ำผ่านดังแสดงในรูปที่ 6(ก) นอกจากนี้จากรูปดังกล่าวเราพบว่าผลตอบสนองความถี่ของ $e_y(s)$ มีค่าประมาณหนึ่งทั้งความถี่ต่ำและความถี่สูงและมียอดแหลม (peaking) เกิดขึ้นโดยจากสมการที่ (24) เราสามารถวิเคราะห์หาสมการความถี่ยอดแหลม (peaking frequency) ได้เท่ากับ

$$\omega_{peak} \cong \omega_c \sqrt{\frac{\omega_u}{\omega_u + 4\omega_c}} \tag{25}$$

ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วงแถบผ่าน ทั้งนี้ผลจากยอดแหลมดังกล่าวจะทำให้เกิดยอดแหลมในผลตอบสนองความถี่ของวงจรกรอง ในช่วงแถบผ่านดังรูป 6(ข)



รูปที่ 7 ผลตอบสนองความถี่ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ ในกรณีที่มีค่าต่าง ๆ ของ ω_u / ω_c

นอกจากนี้จากรูปที่ 7 เราพบว่าขนาดของยอดแหลมแปรผกผันกับอัตราส่วนระหว่าง ω_u และ ω_c โดยในกรณีที่ ω_u มีค่าสูงกว่า ω_c มากพอ ยอดแหลมที่เกิดขึ้นจะมีค่าน้อยมากจนแทบไม่ส่งผลต่อผลตอบสนองของวงจรกรองเลย

กรณีวงจรกรองโครงสร้าง B

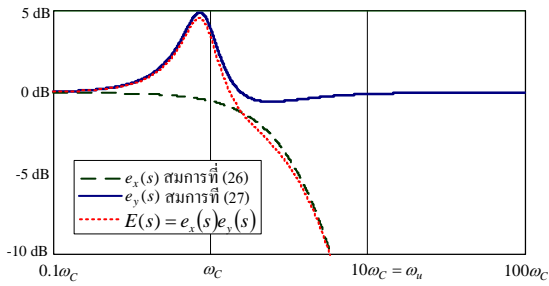
ในการวิเคราะห์หาฟังก์ชันความผิดพลาดของวงจรกรองโครงสร้าง B ในรูปที่ 2(ข) เมื่อแทนสมการที่ (6) และ (9) ลงในสมการที่ (22) จะได้

$$e_x(s) \cong \left(\frac{\omega_u}{s + \omega_u}\right)^3 \left(\frac{\omega_u}{3s + \omega_u}\right) \tag{26}$$

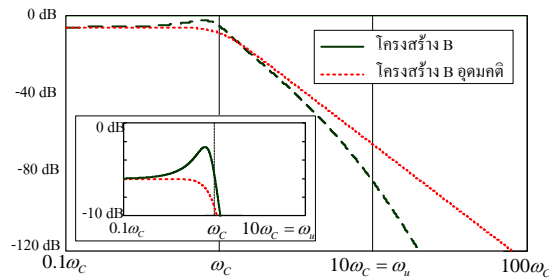
และ

$$e_y(s) \cong \frac{5s\omega_c^2}{5s^3 + s^2(5\omega_c + \omega_u) + s\omega_c\omega_u + 2\omega_c^2\omega_u} + 1 \tag{27}$$

ซึ่งมีผลตอบสนองความถี่ดังแสดงในรูปที่ 8



(ก)



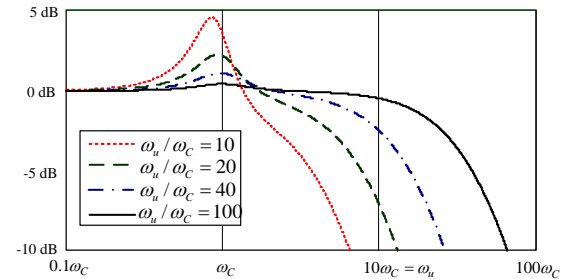
(ข)

รูปที่ 8 ผลตอบสนองความถี่ของ (ก) ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ และ (ข) ฟังก์ชันโอนย้าย $H(s)$ ของวงจรกรองโครงสร้าง B กรณี $\omega_u = 10\omega_c$

จากสมการที่ (26) เราพบว่า $e_x(s)$ เป็นฟังก์ชันโอนย้ายโพลเดี่ยวที่มีความถี่โพลเท่ากับ ω_u สามตัวและเท่ากับ $\omega_u/3$ หนึ่งซึ่งทำให้มีผลตอบสนองแบบความถี่ต่ำผ่านดังแสดงในรูปที่ 8(ก) นอกจากนี้จากรูปดังกล่าวเราพบว่าผลตอบสนองความถี่ของ $e_y(s)$ มีค่าประมาณหนึ่งที่ความถี่ต่ำและความถี่สูงและมีขอดแหลมเกิดขึ้น โดยจากสมการที่ (27) เราสามารถวิเคราะห์หาสมการความถี่ขอดแหลมได้เท่ากับ

$$\omega_{peak} \cong \omega_c \sqrt{\frac{\omega_u}{\omega_u + 5\omega_c}} \tag{28}$$

ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วงแถบผ่าน ทั้งนี้ผลจากขอดแหลมดังกล่าวจะทำให้เกิดขอดแหลมในผลตอบสนองความถี่ของวงจรกรอง ในช่วงแถบผ่านดังรูป 8(ข)



รูปที่ 9 ผลตอบสนองความถี่ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ ในกรณีที่มีค่าต่าง ๆ ของ ω_u / ω_c

นอกจากนี้จากรูปที่ 9 เราพบว่าขนาดของขอดแหลมแปรผกผันกับอัตราส่วนระหว่าง ω_u และ ω_c โดยในกรณีที่ ω_u มีค่าสูงกว่า ω_c มากพอ ขอดแหลมที่เกิดขึ้นจะมีค่าน้อยมากจนแทบไม่ส่งผลต่อผลตอบสนองของวงจรกรองเลย

กรณีวงจรกรองโครงสร้าง C

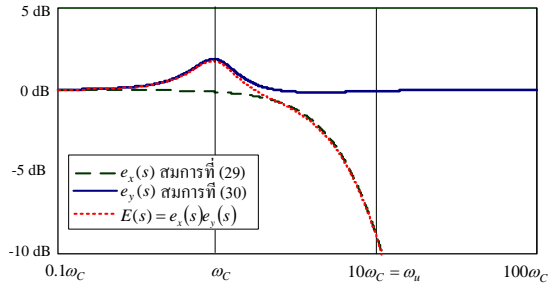
ในการวิเคราะห์หาฟังก์ชันความผิดพลาดของวงจรกรองโครงสร้าง C ในรูปที่ 2(ค) เมื่อแทนสมการที่ (6) และ (10) ลงในสมการที่ (22) จะได้

$$e_x(s) \cong \left(\frac{\omega_u}{s + \omega_u} \right)^3 \tag{29}$$

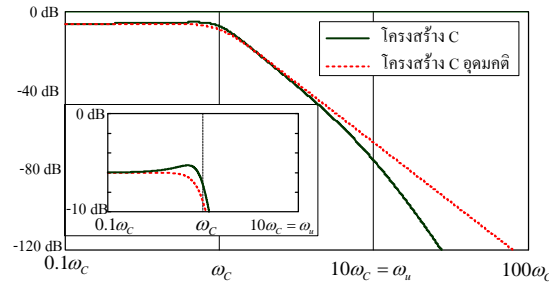
และ

$$e_y(s) \cong \frac{4s\omega_c^2}{4s^3 + s^2(2\omega_u + 4\omega_c) + 2s\omega_u\omega_c + 2\omega_u\omega_c^2} + 1 \tag{30}$$

ซึ่งมีผลตอบสนองความถี่ดังแสดงในรูปที่ 10



(ก)



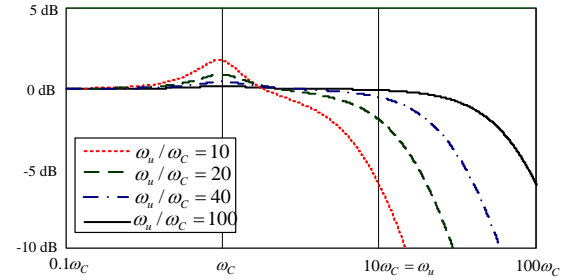
(ข)

รูปที่ 10 ผลตอบสนองความถี่ของ (ก) ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ และ (ข) ฟังก์ชันโอนย้าย $H(s)$ ของวงจรรองโครงสร้าง C กรณี $\omega_u = 10\omega_c$

จากสมการที่ (29) เราพบว่า $e_x(s)$ เป็นฟังก์ชันโอนย้ายโพลส่วนที่มีความถี่โพลเท่ากับ ω_u สามตัวซึ่งทำให้มีผลตอบสนองแบบความถี่ต่ำผ่านดังแสดงในรูปที่ 10(ก) นอกจากนี้จากรูปดังกล่าวเราพบว่าผลตอบสนองความถี่ของ $e_y(s)$ มีค่าประมาณหนึ่งซึ่งความถี่ต่ำและความถี่สูงและมีขดแหลมเกิดขึ้น โดยจากสมการที่ (30) เราสามารถวิเคราะห์หาสมการความถี่ขดแหลมได้เท่ากับ

$$\omega_{peak} \cong \omega_c \sqrt{\frac{\omega_u}{\omega_u + 2\omega_c}} \tag{31}$$

ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วงแถบผ่าน ทั้งนี้ผลจากขดแหลมดังกล่าวจะทำให้เกิดขดแหลมในผลตอบสนองความถี่ของวงจรรอง ในช่วงแถบผ่านดังรูป 10(ข)



รูปที่ 11 ผลตอบสนองความถี่ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ ในกรณีที่มีค่าต่างๆ ของ ω_u / ω_c

นอกจากนี้จากรูปที่ 11 เราพบว่าขนาดของขดแหลมแปรผกผันกับอัตราส่วนระหว่าง ω_u และ ω_c โดยในกรณีที่ ω_u มีค่าสูงกว่า ω_c มากพอ ขดแหลมที่เกิดขึ้นจะมีค่าน้อยมากจนแทบไม่ส่งผลต่อผลตอบสนองของวงจรรองเลย

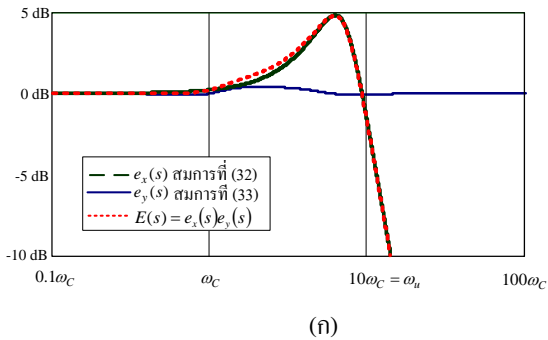
กรณีวงจรรองโครงสร้าง D

ในการวิเคราะห์หาฟังก์ชันความผิดพลาดของวงจรรองโครงสร้าง D ในรูปที่ 2(ง) เมื่อแทนสมการที่ (6) และ (11) ลงในสมการที่ (22) จะได้

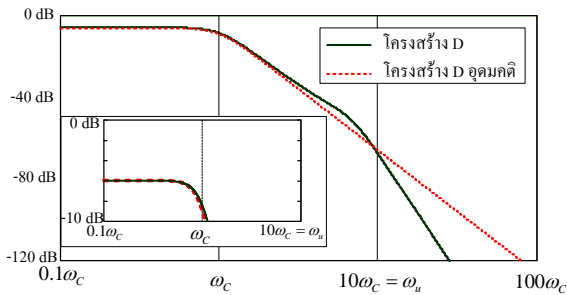
$$e_x(s) \cong \left(\frac{\omega_u}{s + \omega_u} \right)^2 \left(\frac{2s\omega_u + \omega_u^2}{2s^2 + s\omega_u + \omega_u^2} \right) \tag{32}$$

และ

$$e_y(s) \cong \frac{3s^2\omega_c^2}{3s^4 + 2s^3\omega_u + s^2\omega_u^2 + s\omega_c\omega_u^2 + \omega_c^2\omega_u^2} + 1 \tag{33}$$



(ก)



(ข)

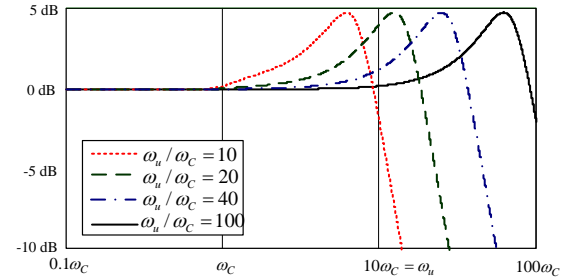
รูปที่ 12 ผลตอบสนองความถี่ของ (ก) ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ และ (ข) ฟังก์ชันโอนย้าย $H(s)$ ของวงจรกรองโครงสร้าง D กรณี $\omega_u = 10\omega_c$

จากสมการที่ (32) เราสามารถแสดงได้ว่าฟังก์ชัน $e_x(s)$ มีขดแหลมที่ความถี่

$$\omega_{peak} \cong \omega_u / \sqrt{2} \tag{34}$$

ซึ่งสอดคล้องกับรูปที่ 12(ก) นอกจากนี้จากรูปดังกล่าวเราพบว่า ผลตอบสนองของฟังก์ชัน $e_y(s)$ มีการกระเพื่อมเพียงเล็กน้อยเท่านั้นทำให้ขดแหลมของผลตอบสนองของ $E(s)$ ใกล้เคียงกับขดแหลมของผลตอบสนองของ $e_x(s)$ ดังนั้นในกรณีที่ ω_u มีค่าสูงกว่า ω_c ผลจากขดแหลมดังกล่าวจะส่งผลกระทบต่ออัตราการลดทอน (attenuation) ของผลตอบสนองของวงจรกรองในช่วงแถบหยุด (stopband) ดังรูป 12(ข) นอกจากนี้จากรูปที่ 13 เรา

พบว่าขนาดของขดแหลมไม่ขึ้นกับอัตราส่วนระหว่าง ω_u และ ω_c ซึ่งต่างจากกรณีโครงสร้าง A-C



รูปที่ 13 ผลตอบสนองความถี่ฟังก์ชันความผิดพลาด $E(s)$ ในกรณีที่ค่าต่าง ๆ ของ ω_u / ω_c

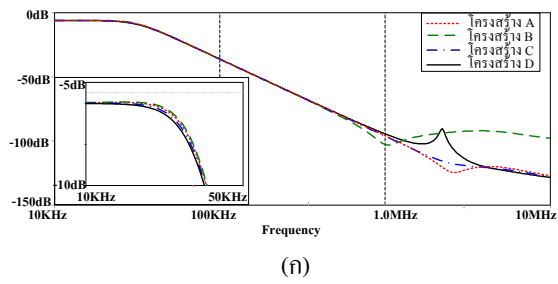
จากการวิเคราะห์ที่ผ่านพบว่าผลตอบสนองของวงจรกรองโครงสร้าง A-C มีขดแหลมในช่วงแถบผ่าน (โดยโครงสร้าง B มีขดแหลมสูงที่สุดตามมาด้วยโครงสร้าง A และ C ตามลำดับ) ในขณะที่โครงสร้าง D ไม่มีขดแหลมในช่วงแถบผ่าน ที่เป็นเช่นนี้ก็เนื่องมาจากฟังก์ชันความผิดพลาดของอินทิเกรเตอร์ภาคที่ 2 ของโครงสร้าง D นั้นมีลักษณะของผลตอบสนองความถี่ที่หักล้างกับฟังก์ชันความผิดพลาดของอินทิเกรเตอร์ภาคที่ 1 และ 3 ในขณะที่กรณีวงจรกรอง โครงสร้าง A – C นั้นฟังก์ชันความผิดพลาดของอินทิเกรเตอร์ทั้งสามภาคจะไปในทิศทางเดียวกันในช่วงแถบผ่านทำให้เกิดขดแหลมขึ้น

5. ผลการจำลองการทำงาน

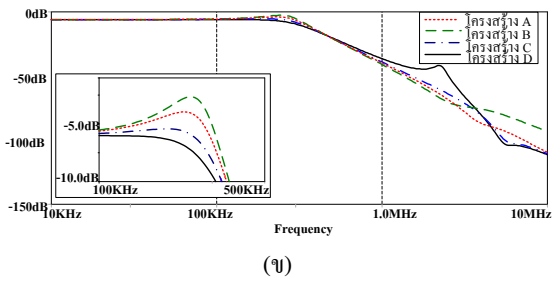
ในหัวข้อนี้เราใช้แบบจำลองออปแอมป์ LF351 ซึ่งมีความถี่อัตราขยายเป็นหนึ่ง $f_u = 3$ MHz ในการจำลองผลการทดลองวงจรกรองบัตเตอร์เวิร์ท โครงสร้าง A - D ในรูปที่ 2 ภายได้ไฟเลี้ยง ± 15 V สองกรณีดังนี้

(ก) กรณีความถี่ตัด $f_c = 30$ kHz เลือกใช้ $R = 10$ K Ω , $C_1 = C_3 = 0.5$ nF, $C_2 = 1$ nF

(ข) กรณีความถี่ตัด $f_c = 300$ kHz เลือกใช้ $R = 10$ K Ω , $C_1 = C_3 = 0.05$ nF, $C_2 = 0.1$ nF



(ก)



(ข)

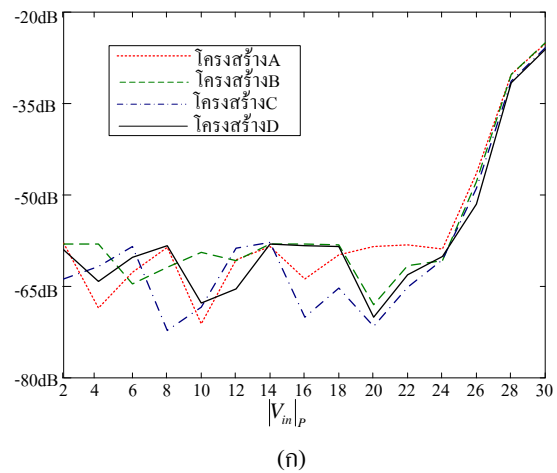
รูปที่ 14 ผลตอบสนองความถี่วงจรรอง โครงสร้าง A-D (ก) กรณีความถี่ตัด 30 kHz (ข) กรณีความถี่ตัด 300 kHz

จากผลตอบสนองความถี่ในรูปที่ 14 เราพบว่าในกรณีที่มีความถี่ตัด 30 kHz วงจรรองโครงสร้าง A – D จะไม่มีปัญหาขดแหลมในช่วงแถบผ่านเลยแต่ในกรณีความถี่ตัด 300 kHz วงจรรองโครงสร้าง A – C จะมีขดแหลมในปลายแถบผ่าน โดยโครงสร้าง B จะมีขดแหลมสูงที่สุดตามมาด้วยโครงสร้าง A และ C ตามลำดับ ส่วนโครงสร้าง D ไม่มีขดแหลมในช่วงแถบผ่านซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ในหัวข้อก่อนหน้า อย่างไรก็ตามจากผลการจำลองการทำงานในรูปที่ 10 เราจะเห็นว่าผลตอบสนองของโครงสร้าง D มีขดแหลมในช่วงแถบหยุด แต่กราฟผลการวิเคราะห์ในรูปที่ 9(ข) ไม่ปรากฏขดแหลมดังกล่าวชัดเจน ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากเราไม่ได้รวมผลความต้านทานเอาต์พุตของออปแอมป์เข้าไปในการวิเคราะห์ด้วย

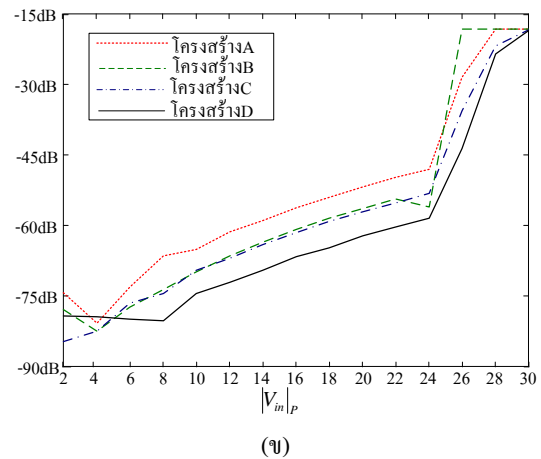
นอกจากนี้จากตารางที่ 2 และรูปที่ 15 เราพบว่าวงจรรองโครงสร้าง A – D จะมีสมรรถนะในด้านสัญญาณรบกวนและความเป็นเชิงเส้นที่ไม่แตกต่างกันมากนัก

ตารางที่ 2 แรงดันสัญญาณรบกวนเอาต์พุตของวงจรรอง โครงสร้าง A- D (อินทิเกรตจาก 1 Hz ถึง 1 MHz)

Structure	Voltage (μVrms)			
	A	B	C	D
$f_c = 30 \text{ kHz}$	11.06	9.96	10.96	10.84
$f_c = 300 \text{ kHz}$	40.83	38.42	37.63	35.22



(ก)



(ข)

รูปที่ 15 ความเที่ยนฮาร์โมนิกรวม (Total Harmonic Distortion) ของแรงดันเอาต์พุตของวงจรรองโครงสร้าง A- D

(ก) กรณีความถี่ตัด 30 kHz เมื่อป้อนแรงดันอินพุตความถี่ 10 kHz

(ข) กรณีความถี่ตัด 300 kHz เมื่อป้อนแรงดันอินพุตความถี่ 100 kHz

6 สรุป

จากวงจรกรองพาสซีฟแบบความต้านทานปลายคู่ต้นแบบ เราสามารถสังเคราะห์วงจรกรองแฉีกทีฟ-อาร์ซีขึ้นได้หลายรูปแบบดังแสดงในรูปที่ 2(ก) - (ง) จากการวิเคราะห์ฟังก์ชันโอนย้ายของวงจรเหล่านี้เราพบว่าในกรณีที่มีความถี่อัตราขยายเป็นหนึ่งของออปแอมป์มีค่าไม่สูงกว่าความถี่ตัดของวงจรกรองมากพอ วงจรกรองโครงสร้าง A, B และ C จะมีปัญหาขดแหลมในช่วงแถบผ่าน ในขณะที่วงจรกรองโครงสร้าง D จะไม่มีขดแหลมในช่วงแถบผ่านแต่จะมีปัญหาการลดทอนสัญญาณในช่วงแถบหยุด ดังนั้นในทางปฏิบัติการออกแบบวงจรแฉีกทีฟ-อาร์ซีจะต้องคำนึงถึงผลความไม่อุดมคตินี้ด้วย นอกจากนี้เราพบว่าสมรรถนะด้านสัญญาณรบกวนและความเป็นเชิงเส้นของวงจรกรองแฉีกทีฟบนไคทั้งสี่โครงสร้างจะมีค่าใกล้เคียงกัน

เอกสารอ้างอิง

- [1] R. Schaumann and M. E. Valkenburg, Design of Analog Filter, Oxford University Press, 2001.
- [2] G. Daryanani, Principles of Active Network Synthesis and Design, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [3] W. K. Chen, Passive and Active Filter, John Wiley & Sons, New York, 1986.
- [4] L. P. Huelsman, Active and Passive Analog Filter Design, McGraw-Hill, 1993.
- [5] R. Schaumann, M. S. Ghauis and K. R. Laker, Design of Analog Filter: Pass, Active RC and Switched Capacitor, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs, N, 1990.
- [6] J. T. Taylor and Q. Huang, Handbook of Electrical Filter, CRC Press, 1997.
- [7] H. J. Orchard, G. C. Temes and T. Cataltepe, "Sensitivity Formulas for Terminated Lossless Two-Ports" , *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. 32, pp. 459-466, May 1985.



ว่าที่ร้อยเอกจักรกฤษณ์ คัชมาตย์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ในปี พ.ศ.2544 ปัจจุบันกำลังศึกษา ระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า สาขาย่อยวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร มีความสนใจ งานวิจัยด้านวงจร

กรองความถี่



ศ.ดร.จिरยุทธ์ มหัทธนนกุล สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบังในปี พ.ศ.2532 ระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมไมโครอิเล็กทรอนิกส์ จาก Florida Institute of Technology ในปี พ.ศ.2534 และระดับปริญญาเอกสาขาวิศวกรรมไฟฟ้าจาก

Imperial College London ในปี พ.ศ.2540 ปัจจุบันดำรงตำแหน่งรองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ และคณบดีบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร